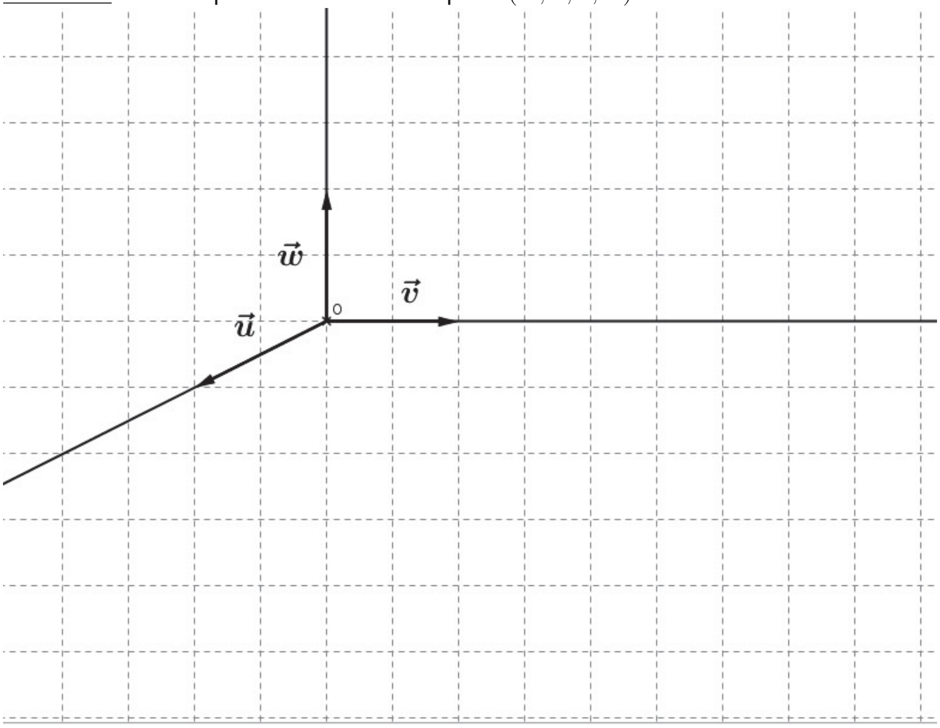
9. Énoncés des exercices

Exercice 4.1 L'espace est muni du repère $(O; \vec{u}; \vec{v}; \vec{w})$ ci-dessous.



1. Placer sur la figure les points $A(2; 1; 2)$, $B(1; 3; -1)$; $C(1,5; 5; -2)$
2. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$
3. Les points A, B et C sont-ils alignés ?

Exercice 4.2 On considère les points $A(3; 2; -1)$, $B(1; 1; 1)$ et $C(-1; 4; 3)$.

1. Déterminer les coordonnées du milieu du segment $[AC]$
2. Déterminer de deux façons différentes les coordonnées du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme
3. Calculer la longueur BC, en déduire AD.

Exercice 4.3 Soient $\vec{u}\begin{vmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{vmatrix}$, $\vec{v}\begin{vmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \end{vmatrix}$ et $\vec{w}\begin{vmatrix} 0 \\ -3 \\ 1 \end{vmatrix}$ trois vecteurs ; soient $A(1; 2; 3)$, $B(2; 0; 3)$ et $C(6; 3; 8)$ trois points de l'espace.

1. Démontrer que les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ ne sont pas coplanaires
2. Déterminer α, β et γ tels que : $\overrightarrow{AB} = \alpha\vec{u} + \beta\vec{v} + \gamma\vec{w}$
3. Déterminer α', β' et γ' tels que : $\overrightarrow{BC} = \alpha'\vec{u} + \beta'\vec{v} + \gamma'\vec{w}$
4. En déduire les coordonnées du point C dans le repère $(A; \vec{u}; \vec{v}; \vec{w})$

Exercice 4.4 Soient $\vec{u}\begin{vmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{vmatrix}$, $\vec{v}\begin{vmatrix} -1 \\ -4 \\ 2 \end{vmatrix}$ et $\vec{w}\begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix}$ trois vecteurs ; soient $A(0; -2; 1)$, $B(3; -2; 0)$ et $C(-3; 2; 0)$ trois points de l'espace.

1. Montrer que $(A; \vec{u}; \vec{v}; \vec{w})$ est un repère de l'espace
2. Déterminer les coordonnées du point B dans le repère $(A; \vec{u}; \vec{v}; \vec{w})$
3. Déterminer les coordonnées du point C dans le repère $(A; \vec{u}; \vec{v}; \vec{w})$
4. Les points A, B, C sont-ils alignés ?

Exercice 4.5 $EWAN$ est un tétraèdre.
Les points R et S sont définis par :
$\vec{ER} = \frac{1}{2}\vec{EA} + \frac{1}{3}\vec{EW}$ et $\vec{ES} = 3\vec{NA} + 2\vec{NW}$
Démontrer que les points N, R et S sont alignés.

Exercice 4.6 $ABCDEFGH$ est un cube. O est le point défini par :

$$\vec{AO} = \frac{2}{3}\vec{AB} + \vec{BF} + \frac{2}{3}\vec{FG}$$

Démontrer la coplanarité des points E, F, H et O.

Exercice 4.7

1. Déterminer un système d'équations paramétriques de la droite (d_1) passant par le point $A(0;2;-1)$ et de vecteur directeur $\vec{u}\left|\begin{array}{l}2\\-1\\3\end{array}\right.$
2. Déterminer un système d'équations paramétriques de la droite (d_2) passant par le point $B(1;0;-1)$ et parallèle à la droite (d_1)

Exercice 4.8 On considère les points $A(1;-3;-2)$, $B(-5;1;3)$ et $C(-1;1;1)$.

1. Donner une représentation paramétrique :
   (a) de la droite (AB)
   (b) du segment $[BC]$
   (c) de la demi-droite $[AC)$
2. $\begin{cases} x = 1+4t \\ y = 1 \\ z = 1-2t \end{cases}$, avec $t \in [0;1]$, est-elle une représentation paramétrique du segment $[BC]$?

Exercice 4.9 Déterminer un système d'équations paramétriques du plan $\mathscr{P}$ de vecteurs directeurs $\vec{u}\left|\begin{array}{l}-1\\2\\1\end{array}\right.$, $\vec{v}\left|\begin{array}{l}3\\0\\2\end{array}\right.$ et passant par le point $A(1;3;-1)$.

Exercice 4.10 Soient $A(0;2;-3)$, $B(1;-1;1)$ et $C(2;0;1)$ trois points de l'espace.

1. Justifier qu'un système d'équations paramétriques du plan (ABC) est : $\begin{cases} x = t+2t' \\ y = -3t-2t'+2 \\ z = 4t+4t'-3 \end{cases}$, avec $t, t' \in \mathbb{R}$
2. Le système suivant est-il un système d'équations paramétriques du plan (ABC) ?
   $\begin{cases} x = 2t+2t' \\ y = -6t-2t'+2 \\ z = 8t+4t'-3 \end{cases}$, avec $t, t' \in \mathbb{R}$
3. Même question avec : $\begin{cases} x = 1+t' \\ y = -1-t+t' \\ z = 1+t \end{cases}$, avec $t, t' \in \mathbb{R}$